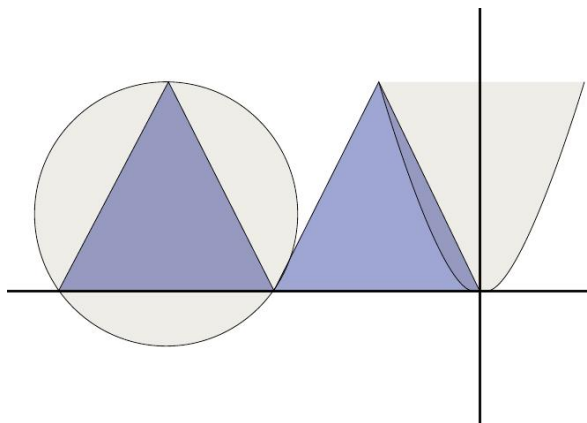


CADERNO DE QUESTÕES

Prova da Segunda Fase - Nível Alfa

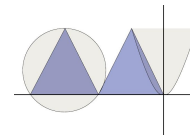
24 de junho de 2018

Duração: 4 horas



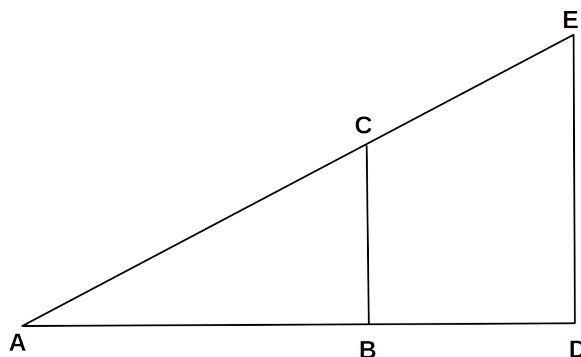
Instruções

1. É proibido destacar as folhas do **CADERNO DE RESPOSTAS**.
2. Confira se o número de inscrição na sua carteira corresponde ao número no **CADERNO DE RESPOSTAS**.
3. A prova tem duração de 4 horas. Leia todas as questões com muita atenção. A prova pode ser resolvida à lápis ou à caneta. Justifique todas as suas respostas, apresente o raciocínio utilizado em cada passo da sua solução.
4. É permitido apenas lápis, borracha, caneta, régua e identidade em cima da carteira. As mochilas deverão ser deixadas na frente da sala, junto com os fiscais. **Desligue o celular**.
5. Qualquer dúvida ou necessidade solicite a ajuda do fiscal.
6. É proibida a comunicação entre os candidatos e a utilização de qualquer material de consulta e de aparelhos eletrônicos e de telecomunicação.
7. Ao final da prova é obrigatória a devolução do **CADERNO DE RESPOSTAS**. É permitido levar para casa o **CADERNO DE QUESTÕES**.



Questão 1 (20 pontos) Caroline tem que criar uma senha para acessar o email da escola. A senha precisa ter 12 caracteres e conter letras e números. Caroline decidiu que sua senha deverá atender as seguintes características: todas as 8 letras do seu nome deverão fazer parte da senha e para os outros 4 caracteres ela utilizará números. Além disso, todas as 8 letras deverão estar juntas e em maiúsculo. Um exemplo de senha que atende essas características é: 61RACOLEIN71. Qual a quantidade de senhas que satisfazem o critério de Caroline?

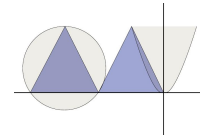
Questão 2 (20 pontos) Na figura temos que o segmento BC é paralelo ao segmento DE. Sabendo que a área do polígono BDEC é o dobro da área do triângulo ABC, qual a razão AB/AD ?



Questão 3 (20 pontos) Em uma certa academia há três tipos diferentes de barras de ferro. Algumas delas são de 1kg, outras de 2kg e outras de 3kg. Sabe-se que no total a academia possui 47 barras de ferro e que a soma dos pesos de todas elas é de 100kg. A academia possui mais barras de 1 kg ou de 3 kg?

Questão 4 (20 pontos) Seja p um número positivo tal que p é um número primo e $p = a + b$ e $p = c - d$ onde a, b, c, d são números primos com $a < b$ e $d < c$.

- Mostre que $a = d = 2$;
- Pelo menos um dos números a seguir é divisível por três: $p - 2, p, p + 2$;
- Determine os possíveis valores de p .



Questão 5 (20 pontos) Uma sequência de números reais a_1, a_2, a_3, \dots , com pelos menos 5 termos, é dita *sinistra* se possui as seguintes propriedades:

- a soma de quaisquer três termos consecutivos desta sequência é um número real não-positivo (i.e. $a_i + a_{i+1} + a_{i+2} \leq 0$, para todo $i \geq 1$);
 - a soma de quaisquer cinco termos consecutivos desta sequência é um número real positivo (i.e. $a_i + a_{i+1} + a_{i+2} + a_{i+3} + a_{i+4} > 0$, para todo $i \geq 1$).
- a) Mostre que não existe sequência sinistra de sete ou mais termos.
- b) Dê um exemplo de uma sequência sinistra com seis termos.