

## XXVIII Olimpíada de Matemática da Unicamp Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica Universidade Estadual de Campinas



## Simulado da Prova da Terceira Fase - Nível Beta

Questão 1 Considere um quadrado com L centímetros de lado. Construímos uma circunferência tangente a um dos lados do quadrado e passando por dois de seus vértices. Determine o raio dessa circunferência.

Questão 2 Determine a área da figura formada no plano cartesiano pelos pontos A, B, C e D obtidos pela intersecção da elipse representada pela equação  $4x^2 + y^2 = 9$  e da circunferência de centro O = (0,0) e raio  $r = \sqrt{6}$ .

Questão 3 Um Becker em forma de cilindro circular reto (por aproximação) de raio R e altura L está cheio de um líquido e é inclinado para derramar parte desse líquido. Qual o volume derramado em termos de R, L e o ângulo de inclinação?

Questão 4 Considere dois dados honestos com faces numeradas de 1 a 6. Joga-se um dado e depois o outro. Qual é a probabilidade de que o número lido no segundo dado divida o número lido do primeiro?

**Questão 5** Considere a função exponencial  $f(x) = c a^x$  em que c é um número real, a > 0 e x é a variável também real. Digamos que f(a) = A e f(b) = B. Determine o valor de  $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$  em termos de A e B apenas.

Questão 6 Considere a equação, na variável x,

$$k\sqrt{x} + x + k - 1 = 0,$$

onde k é uma constante real.

- (a) Resolva a equação para k = -1.
- (b) Resolva a equação para  $k \in \mathbb{R}$ .