

## Simulado da Prova da Segunda Fase – Nível Beta

### Questão 1

20 pontos

Nos instrumentos de cordas, como por exemplo: violão ou violino, a expressão da frequência de vibração de uma corda tensionada, descoberta por Marin Mersenne em 1636, é dada por:

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}},$$

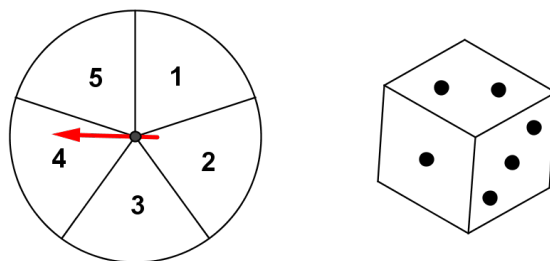
onde  $f$  é a frequência de vibração, em Hertz,  $T$  é a tensão ao longo da corda, em Newton,  $L$  é o comprimento da corda, em metro, e  $\mu$  é a densidade linear da corda, em quilograma por metro.

- Considerando o violino, a corda correspondente a nota Lá possui uma frequência de vibração  $f = 440$  Hertz, um comprimento aproximado  $L = 32,5$  centímetros e uma densidade linear  $\mu = 10$  miligramas por centímetro. Determine aproximadamente a tensão necessária ao longo da corda para uma frequência de vibração  $f = 440$  Hertz.
- Conhecendo os valores da tensão da corda e da densidade linear da corda, faça o esboço do gráfico da frequência de vibração em função do comprimento da corda.
- Conhecendo os valores do comprimento da corda e da densidade linear da corda, faça o esboço do gráfico da frequência de vibração em função da tensão ao longo da corda.

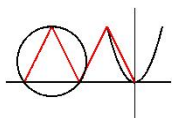
### Questão 2

20 pontos

No mesmo instante em que giramos uma roleta um dado é lançado, como ilustra a figura abaixo.



- Qual é a probabilidade de sair na roleta um número maior do que ou igual ao número que sair no dado?
- Qual é a probabilidade de sair o número 3 na roleta e o número 5 no dado?



### Questão 3

20 pontos

Era uma vez um certo rei de um certo reino que ficou muito impressionado ao conhecer o jogo de xadrez, e quis recompensar seu inventor dando-lhe qualquer coisa que pedisse. O inventor pediu simplesmente um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro, dois grãos de trigo pela segunda casa, quatro grãos de trigo pela terceira casa, oito grãos de trigo pela quarta casa, e assim sucessivamente até completar todas as casas do tabuleiro. O rei considerou o pedido bastante simples e ordenou que fosse cumprido o seu pedido.

Considerando que um grão de trigo tem massa igual a 0,05 gramas e que a produção mundial de trigo no ano de 2013 foi de aproximadamente 690 milhões de toneladas, seria possível cumprir o pedido do inventor?

### Questão 4

20 pontos

Se a altura de um triângulo isósceles é 8 cm e o perímetro do triângulo é 32 cm, qual é a área do triângulo? Que outras alturas e perímetros menores ou iguais a 100 cm resultarão em áreas inteiras?

### Questão 5

20 pontos

Considere a região  $\mathcal{R}$  do plano definida pelo triângulo retângulo  $OAB$ , com

$$\overline{OA} = \overline{OB} = a,$$

do qual retiramos um quarto de um círculo, de centro  $O$  e raio igual a  $r$ , como mostra a figura abaixo.

(a) Determine a área da região  $\mathcal{R}$  em função da medida dos catetos  $a$  e do raio  $r$ .

(b) Determine o volume do sólido obtido girando a região  $\mathcal{R}$  em torno do eixo horizontal.

