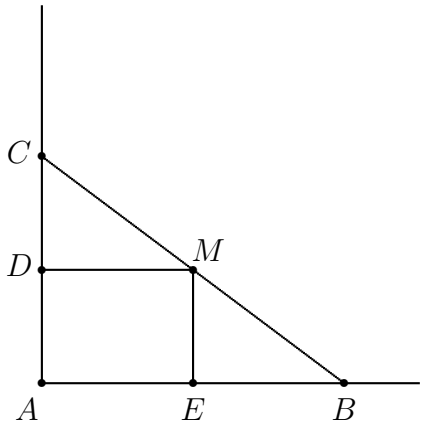
Simulado da Prova da Segunda Fase – Nível Alfa

Questão 1 ***20 pontos***

Considere uma roldana com um raio medindo r centímetros. Enrolamos nessa roldana um barbante com 18 centímetros de comprimento. Determine o raio da roldana sabendo que quando puxamos o barbante a roldana faz um giro de duas voltas completas e mais um quarto de volta.

Questão 2 ***20 pontos***

Na figura abaixo a hipotenusa do triângulo retângulo ABC mede sempre 5 centímetros, isto é, $\overline{BC} = 5\,cm$, o ponto M é o ponto médio do segmento BC e $AEMD$ é um retângulo. Vamos denotar por θ o ângulo $\widehat{ABC}$, isto é, $\theta = \widehat{ABC}$.



(a) *Determine a área do retângulo $AEMD$ em função do ângulo θ.*

(b) *Considerando a área do retângulo $AEMD$ em função do ângulo θ, que denotamos por $A_r(\theta)$, apresente um esboço do gráfico da função A_r especificando a variação do ângulo θ, isto é, o domínio da função A_r.*

(c) *Determine a área do triângulo retângulo EBM em função do ângulo θ.*

(d) *Determine a área do triângulo retângulo DMC em função do ângulo θ.*

(e) *Comente os resultados obtidos nos itens (b) e (c).*

(e) *Existe um retângulo $AEMD$ com área igual a $\dfrac{25}{16}\,cm^2$?*

(g) *Determine o ângulo θ para o qual o retângulo $AEMD$ tenha área máxima.*

Questão 3 ***20 pontos***

Os veículos registrados no Brasil a partir de janeiro de 2017 *passarão a adotar placas no padrão Mercosul. Vamos considerar as placas que serão formadas por duas letras, de um alfabeto com* 26 *letras, seguida por um número com três algarismos, entre os algarismos* $0, 1, 2, \cdots, 9$*, e depois mais duas letras, de um alfabeto com* 26 *letras, como ilustra a figura abaixo. Determine quantas placas distintas poderão ser formadas neste padrão.*

Questão 4 ***20 pontos***

No período da manhã em uma escola a terça parte do total de alunos tem menos de 12 *anos, um quarto do total de alunos tem entre* 12 *e* 14 *anos e* 150 *alunos têm mais de* 14 *anos. Quantos alunos estudam no período da manhã nessa escola?*

Questão 5 ***20 pontos***

(a) *Um determinado celular custa* $R\$\,1.200,00$*. Um cliente muito interessado no produto, pretende pagar pelo celular somente* $R\$\,900,00$*. Determine o desconto que deve pedir para pagar o preço desejado.*

(b) *Um determinado produto eletrônico sofreu um aumento de* 25% *em seu preço. Um cliente interessado nesse produto pediu para o vendedor um desconto sobre o novo preço de modo a pagar pelo produto somente* 90% *do seu valor antes do reajuste do preço. Determine o desconto que o cliente deve pedir.*