

Simulado da Prova da Primeira Fase – Nível Beta

Questão 1

20 pontos

Desejamos construir um cercado de forma retangular utilizando 40 m de tela, aproveitando como um dos lados parte de um extenso muro que possui um traçado retilíneo. Determine as dimensões do retângulo de modo que o cercado tenha área máxima.

Questão 2

20 pontos

Um silo tem o formato de um cilindro circular reto com uma cúpula no formato de metade de uma esfera. Se a altura total do silo é de 32 m e o volume total é de $1080\pi \text{ m}^3$, determine o raio do cilindro, sabendo que

$$V_e = \frac{4\pi r^3}{3} \quad e \quad V_c = \pi r^2 h,$$

onde V_e é o volume da esfera, V_c é o volume do cilindro circular reto, r é o raio da esfera e h a altura do cilindro.

Questão 3

20 pontos

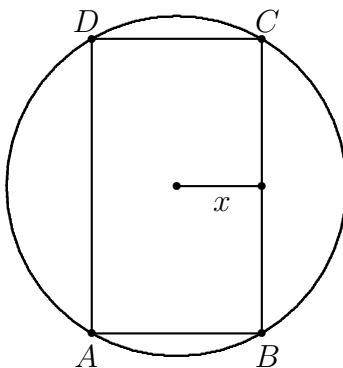
Calcule o determinante da matriz A dada abaixo.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Questão 4

20 pontos

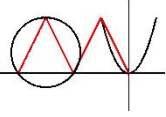
Considere um retângulo $ABCD$ inscrito numa circunferência cujo raio mede quatro metros, como ilustra a figura abaixo.



(a) Determine a área do retângulo $ABCD$ em termos de $x = \frac{\overline{AB}}{2}$.

(b) Determine as dimensões do retângulo $ABCD$ de área igual a $5\sqrt{39}$ metros quadrados.

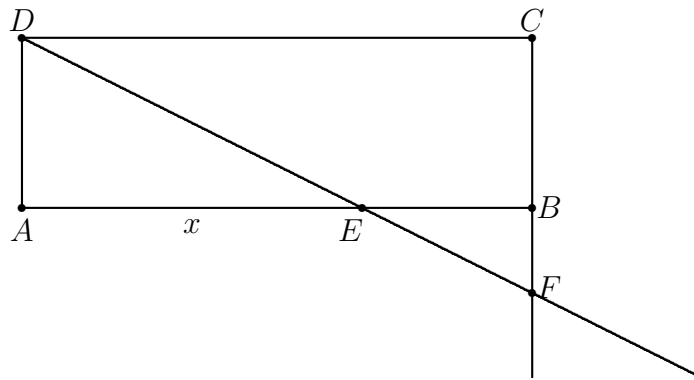
(c) Determine o retângulo de área máxima.



Questão 5

20 pontos

Considere o retângulo $ABCD$ com o lado AB medindo 9 centímetros e o lado BC medindo 3 centímetros. Considere um ponto E no segmento AB distinto dos pontos A e B . A reta que passa pelos pontos D e E intercepta a reta que passa pelos pontos B e C no ponto F .



Vamos denotar por A_1 a área do triângulo AED e por A_2 a área do triângulo BEF .

(a) Determine a razão entre as áreas A_1 e A_2 , isto, determine o valor r dado por:

$$r = \frac{A_1}{A_2}.$$

(b) Determine um valor para $x = \overline{AE}$ de modo que $r = 1$.