

Simulado da Prova da Primeira Fase – Nível Beta

Questão 1

20 pontos

Determine as soluções do sistema de equações algébricas

$$\begin{cases} x^2 - y = 4 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

e faça uma interpretação geométrica.

Questão 2

20 pontos

Considere o sistema linear

$$\begin{cases} 2x + y = -7 \\ 6x + my = -21 \end{cases}$$

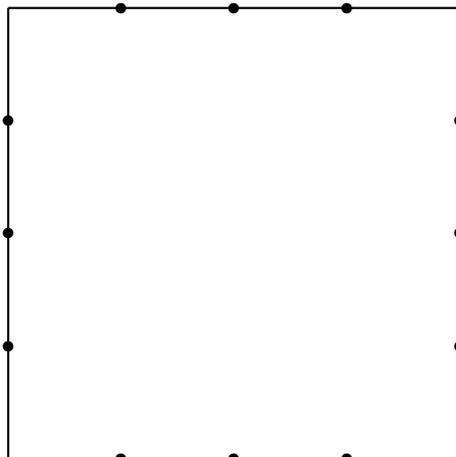
Determine os valores do parâmetro m para os quais

- (a) o sistema linear admita solução única.
- (b) o sistema linear admita infinitas soluções.
- (c) o sistema linear não admita solução.

Questão 3

20 pontos

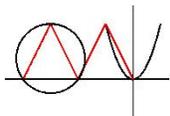
Na figura abaixo, temos um quadrado cujos lados foram divididos em quatro partes iguais, destacadas pelos doze pontos. Determine quantos triângulos retângulos podem ser traçados com os vértices nesses pontos.



Questão 4

20 pontos

- (a) Determine, se possível, quatro números inteiros positivos e consecutivos tais que o produto de dois deles seja igual ao produto dos outros dois.
- (b) Determine, se possível, três números ímpares consecutivos de modo que o produto de dois deles seja igual a cinco vezes a soma desses três números ímpares.



Definição 1 Considere os seguintes subconjuntos dos números naturais

$$\mathcal{I}_m = \{1, 2, \dots, m\} \quad e \quad \mathcal{I}_n = \{1, 2, \dots, n\}.$$

Uma **matriz real** de ordem $m \times n$ é uma **função**

$$A : \mathcal{I}_m \times \mathcal{I}_n \longrightarrow \mathbb{R}$$

que para cada par ordenado $(i, j) \in \mathcal{I}_m \times \mathcal{I}_n$ está associado um único número real

$$a_{ij} = A(i, j) \in \mathbb{R},$$

denominado **elemento** da matriz A .

Questão 5

20 pontos

Considere o seguinte conjunto dos números naturais

$$\mathcal{I}_5 = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

Determine a representação da **matriz real** $A : \mathcal{I}_5 \times \mathcal{I}_5 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida da seguinte forma:

$$a_{ij} = A(i, j) = \frac{1}{i + j - 1},$$

que é denominada **matriz de Hilbert** de ordem 5×5 .

Questão 6

20 pontos

Na figura abaixo, determine a medida do lado do quadrado inscrito no triângulo retângulo, cujos catetos medem 40 cm e 60 cm.

