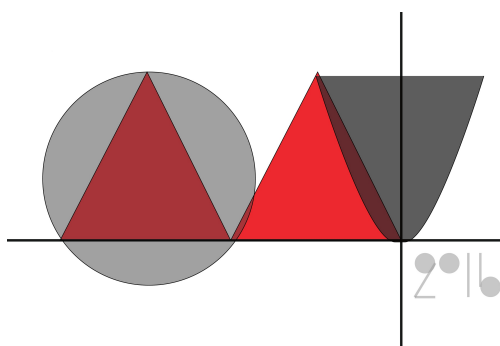


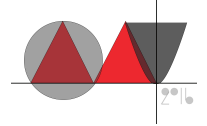
## Prova da Primeira Fase - Nível Alfa

1 de Agosto a 6 de agosto 2016



Identificação: \_\_\_\_\_

Questão	Ponto	Nota
1	20	
2	20	
3	20	
4	20	
5	20	
Total	100	



**Questão 1 (20 pontos)** A corrida de São Silvestre tem 15 km de percurso, sendo 2 Km de subida, 8 km de descida e 5 km de terreno plano. O ganhador da corrida do ano passado completou a prova em 45 minutos. Sabendo que ele correu a 20 Km/h no terreno plano e que na descida ele correu com o dobro da velocidade da subida calcule a velocidade do corredor na subida e na descida.

**Questão 2 (20 pontos)** Um tanque subterrâneo tem a forma de um cone invertido com 12m de profundidade. Este tanque está completamente cheio com 27.000 litros de água e 37.000 litros de petróleo. Calcule a altura da camada de petróleo.

**Questão 3 (20 pontos)** Considere o sistema de inequações

$$\begin{cases} x + y \geq 1, \\ 2x + 3y \leq 10, \end{cases} \quad (1)$$

com  $x, y \geq 0$ .

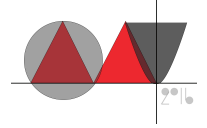
- Faça um esboço da região-solução do sistema no plano  $xy$ .
- Quantas soluções inteiras tem o sistema (1)?
- Sejam  $x, y$  soluções de (1). Qual o maior valor de  $x^2 + y^2$ ?

**Questão 4 (20 pontos)** Considere a sequência de números naturais,  $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n, \dots$ , construída da seguinte maneira:

1. a sequência é crescente, e
2.  $a_n$  é o menor número natural possível,

de modo que o número  $n$  aparece na sequência se e somente se  $a_n$  é ímpar.

Obtenha o décimo termo desta sequência.



**Questão 5 (20 pontos)**

Seja  $ABC$  um triângulo retângulo, com catetos  $a, b$  e hipotenusa  $h$ . Mostre que o diâmetro  $D$  da circunferência inscrita no triângulo é igual a soma dos catetos menos a hipotenusa, ou seja,  $D = a + b - h$ .