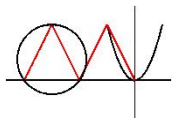


Prova da Segunda Fase – Nível Alfa
20 de Outubro de 2012

Código de Identificação:

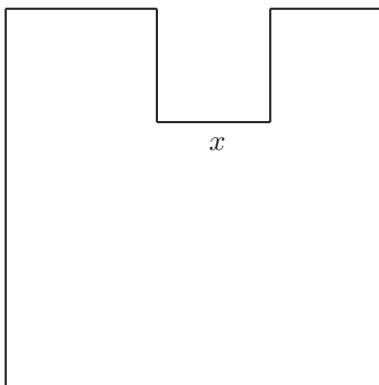
<i>Questões</i>	<i>Pontos</i>
Questão 1	
Questão 2	
Questão 3	
Questão 4	
Questão 5	
Questão 6	
<i>T o t a l</i>	



Questão 1

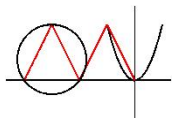
20 pontos

Considere um quadrado com $0,25\text{ m}^2$ de área, do qual retiramos um pequeno quadrado com lado medindo $x\text{ cm}$, como mostra a figura abaixo.



Determine quanto mede o lado do quadradinho retirado se a nova figura tem:

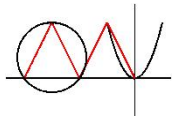
- (a) um perímetro de $2,5\text{ m}$.
- (b) um perímetro que pode estar entre 2 m e 3 m .
- (c) uma área de $0,16\text{ m}^2$.



Questão 2

20 pontos

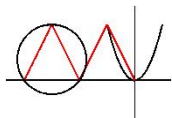
- (a) *Mostre que o número natural $m = 12^4 - 11^4$ é divisível por 23.*
- (b) *De um modo geral, mostre que se n é um número natural, então $(n + 1)^4 - n^4$ é divisível por $2n + 1$.*
- (c) *É possível encontrar um número natural n de modo que $(n + 1)^4 - n^4$ seja um número primo?*



Questão 3

20 pontos

Ao final da primeira fase de um campeonato de futebol com seis equipes, somando as pontuações das equipes, obtemos 35 pontos. Considerando que cada equipe jogou com todos os demais adversários apenas uma vez, determine quantos empates aconteceram, sabendo que cada vitória vale 3 pontos, cada empate vale 1 ponto e que derrotas não pontuam.

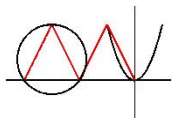


Questão 4

20 pontos

Determine quatro números inteiros, digamos $a < b < c < d$, de modo que somados dois a dois fornecem os seguintes resultados:

$-1, 2, 4, 7, 9, 12$.

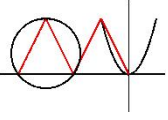


Questão 5

20 pontos

Um tanque de combustível, cuja capacidade é de 1500 litros, contém 900 litros de uma mistura formada por 30% de álcool e 70% de gasolina.

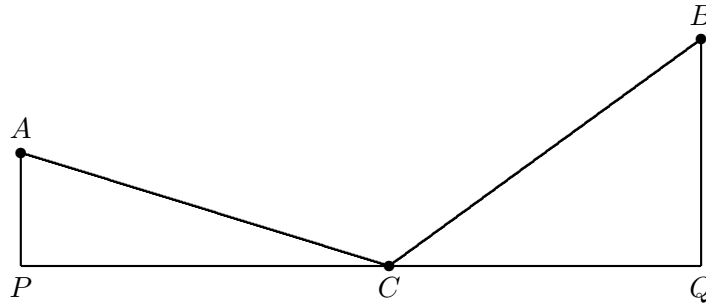
- (a) Completando a capacidade do tanque com gasolina, qual é a porcentagem de álcool na mistura resultante?*
- (b) Quantos litros de gasolina devem ser colocados no tanque de modo que a mistura resultante tenha 20% de álcool?*



Questão 6

20 pontos

Considere duas tirolesas que partem dos pontos A e B , no mesmo instante, com uma mesma velocidade constante de V_0 metros por segundos atingindo o ponto de chegada C ao mesmo tempo, como ilustra a figura abaixo. Sabemos que $\overline{AP} = 20$ metros, $\overline{BQ} = 40$ metros e $\overline{PQ} = 100$ metros.



- Determine algebricamente a distância entre os pontos P e C .
- Qual é a velocidade das tirolesas, sabendo que atingem o ponto C em 30 segundos?
- Descreva um método para encontrar o ponto C por meio de construções geométricas, isto é, com régua sem graduação e compasso.

