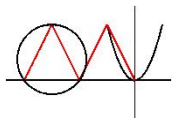


Prova da Primeira Fase – Nível Beta
19 de Maio de 2012

Identificação:

<i>Questões</i>	<i>Pontos</i>
Questão 1	
Questão 2	
Questão 3	
Questão 4	
Questão 5	
Questão 6	
<i>T o t a l</i>	



Questão 1

20 pontos

A reta representada pela equação $y + x = 0$ intercecta a circunferência de centro $O = (0,0)$ e raio $r = 2$ nos pontos A e B , e a reta dada pela equação $y - x = 0$ intercecta essa mesma circunferência nos pontos C e D . Determine a área do quadrilátero definido pelos pontos A, B, C e D . Inicialmente faça a representação gráfica do problema descrito.

Questão 2

20 pontos

Considere o sistema linear

$$\begin{cases} kx + y & = 0 \\ x + ky + z & = 0 \\ y + kz & = 0 \end{cases}$$

Determine os valores reais para a constante k para os quais

- (a) O sistema linear admita apenas a solução trivial, isto é, $x = y = z = 0$.
- (b) O sistema linear admita infinitas soluções reais.
- (c) O sistema linear não admita solução real.

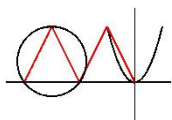
Questão 3

20 pontos

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz real de ordem n . Dizemos que A é uma **matriz anti-simétrica** se $A^t = -A$, onde A^t é a matriz transposta da matriz A , isto é,

$$a_{ji} = -a_{ij} \quad \text{para} \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, n.$$

- (a) Exiba uma matriz anti-simétrica de ordem 3.
- (b) Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz anti-simétrica de ordem n . Mostre que os elementos da diagonal principal de A são todos nulos, isto é, $a_{ii} = 0$ para $i = 1, 2, 3, \dots, n$.



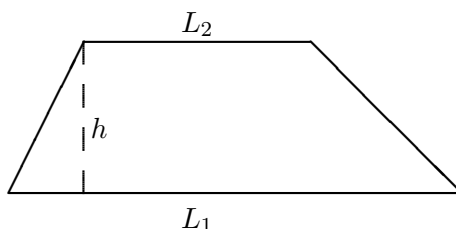
Questão 4

20 pontos

Mostre que a área do trapézio é dada por:

$$A = \frac{h}{2}(L_1 + L_2),$$

onde L_1 é o comprimento da base maior, L_2 é o comprimento da base menor e h é a altura do trapézio.



Questão 5

20 pontos

Sejam $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função decrescente e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ um função crescente. Definimos a função $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ da seguinte forma:

$$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

isto é, h é a função composta de uma função f decrescente com uma função g crescente. Podemos afirmar que h é uma função decrescente?

Questão 6

20 pontos

Considere um cone circular reto de altura 15 m e raio da base 8 m. É feita no cone uma cavidade cilíndrica de diâmetro 6 m, com centro da cavidade coincidindo com o eixo do cone, formando um sólido, como ilustra a figura abaixo. Determine o volume do sólido.

